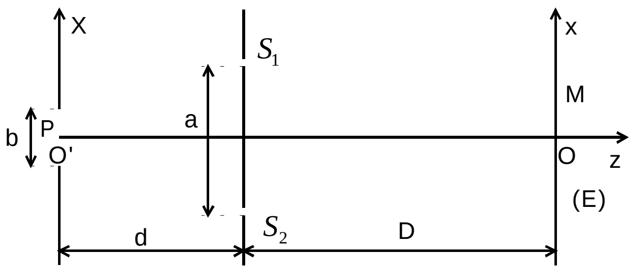
-EXERCICE 30.1-

• ENONCE :

« Cohérence spatiale »



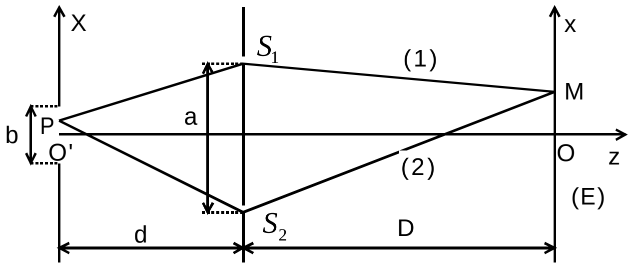
On considère le dispositif des fentes d'Young avec une fente source de largeur **finie** b selon l'axe Ox et parallèle à l'axe Oy.
Les fentes secondaires sont parallèles à l'axe Oy, et infiniment fines selon l'axe Ox.
Déterminer l'éclairement reçu par un point M de l'écran (E) et conclure en ce qui concerne le contraste obtenu.

Rq1 : la source est supposée **monochromatique**, de longueur d'onde λ.

Rq2 : d, et bien sûr D, sont supposés être très supérieures à a.

• CORRIGE :

« Cohérence spatiale »



Les différents éléments de la source (atomes différents) sont **incohérents** entre eux: on peut donc sommer les **éclairements** dûs à chacune de ces sources élémentaires.
Nous allons découper la fente source en "bandes" de largeur dX, parallèles à l'axe Oy.
Pour chacune de ces sources élémentaires, il y aura **interférence** à travers les sources secondaires; on peut donc écrire:

$d\mathrm{E}(M) = K(1+\cos\varphi)dX$, qui exprime la contribution de l'élément de largeur dX à l'éclairement total au point M de l'écran (E) ; $\varphi = 2\pi\dfrac{\delta_{2/1}}{\lambda}$ est le déphasage au point M entre les rayons issus du point P, et passés respectivement par les fentes (S_2) et (S_1).

• Il reste à exprimer $\delta_{2/1}$ en fonction des données de l'énoncé ; en remarquant que le point P (d'abscisse X) joue un rôle équivalent au point M (d'abscisse x), nous avons :

$\delta_{2/1} = \dfrac{aX}{d} + \dfrac{ax}{D}$ (à ce stade, il faut toujours faire attention aux signes relatifs des différences de marche que l'on somme, qui dépendent des orientations des axes : il est donc recommandé de numéroter les rayons qui interfèrent, et de préciser si l'on calcule $\delta_{2/1}$ ou $\delta_{1/2}$).

• En intégrant de $-b/2$ à $b/2$, il vient :

$$\mathrm{E}(M) = K\int_{-b/2}^{b/2}\{1+\cos[\frac{2\pi a}{\lambda}(\frac{X}{d}+\frac{x}{D})]\}dX = K\{b+\frac{\lambda d}{2\pi a}[\sin(\frac{2\pi a}{\lambda}(\frac{x}{D}+\frac{b}{2d})) - \sin(\frac{2\pi a}{\lambda}(\frac{x}{D}-\frac{b}{2d}))]\} \Rightarrow$$

$$\boxed{\mathrm{E}(M) = Kb[1+\frac{\lambda d}{\pi ab}\sin(\frac{\pi ab}{\lambda d})\cos(\frac{2\pi ax}{\lambda D})] = 2\mathrm{E}_0[1+V(u)\cos(\frac{2\pi ax}{\lambda D})]}$$

avec : $\boxed{2\mathrm{E}_0 = Kb}$ $\boxed{u = \dfrac{\pi ab}{\lambda d}}$ $\boxed{V(u) = \dfrac{\sin u}{u} = \sin_c(u)}$ = « sinus cardinal » de u

Rq : E_0 serait l'éclairement sur l'écran correspondant à une seule source secondaire ouverte à la fois, dans le cas d'une fente source infiniment fine.

• $V(u)$ est appelé « facteur de visibilité » : il est maximum pour $u=0$, ce qui correspond au cas idéalisé d'une fente source infiniment fine, pour laquelle $b=0$.

Rq : la courbe $V(u)$ est donnée dans le cours du chapitre 30.

• On peut relier $V(u)$ au contraste défini par : $C(u) = \dfrac{\mathrm{E}_{max} - \mathrm{E}_{min}}{\mathrm{E}_{max} + \mathrm{E}_{min}}$

On a : $\mathrm{E}_{max} = 2\mathrm{E}_0(1+|V(u)|)$ et $\mathrm{E}_{min} = 2\mathrm{E}_0(1-|V(u)|)$ $\Rightarrow$ $\boxed{C(u) = |V(u)|}$

OPTIQUE ONDULATOIRE

EXERCICE

• Dans le cours, nous avions signalé qu'après une annulation du contraste pour $u = \pi$, il y avait réapparition des franges d'interférences pour $\pi \prec u \prec 2\pi$, mais avec un facteur de visibilité **négatif** (les franges brillantes occupent la place des franges sombres du cas $u \prec \pi$ et réciproquement).

• Interprétons l'annulation du contraste pour $u = \pi$; on a alors : $\dfrac{\pi ab}{\lambda d} = \pi \Rightarrow b = \dfrac{\lambda d}{a}$

Considérons 2 points sources P et P', distants de $\dfrac{b}{2} = \dfrac{\lambda d}{2a}$; on sait que :

$$\delta_{2/1}(P) = \frac{aX}{d} + \frac{ax}{D} \text{ et } \delta_{2/1}(P') = \frac{a(X + b/2)}{d} + \frac{ax}{D} \Rightarrow \boxed{\delta_{2/1}(P') - \delta_{2/1}(P) = \frac{ab}{2d} = \frac{\lambda}{2}}$$

P et P' vont donc donner sur l'écran un système d'interférences en **opposition de phase** (les franges brillantes de l'un coïncident avec les franges brillantes de l'autre) ; en regroupant tous les points sources par paires, on comprend que le contraste s'annule pour une telle valeur de b.

Rappelons que pour $a \approx 1mm$, $d \approx 1m$ et $\lambda \approx 0,5\mu m$, le contraste s'annule pour $b \approx 0,5mm$: pour garder un bon facteur de visibilité, la largeur des fentes sources ne doit guère excéder $0,1mm$.

Rq : la réapparition d'un contraste plus faible pour $\pi \prec u \prec 2\pi$ est effectivement observé expérimentalement ; en effet, les points que l'on ne peut grouper par paires séparées de b/2, vont donner des franges d'interférences, se **superposant** à un fond d'écran uniformément éclairé, donc moins contrastées.